

تمرين 1: لكل $(x, y); (x', y') \in E^2$ حيث $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 - y^2 = 1\}$ نضع:

$$(x, y) * (x', y') = (xx' + yy'; xy' + x'y)$$

- 1) بين أن * قانون تركيب داخلي
- 2) بين أن * تبادلي و تجميعي
- 3) هل * يقبل عنصرا محايدا في E ؟
- 4) بين أن كل عنصر (x, y) من E يقبل مماثلا بالنسبة للقانون T وحدد مماثله

تمرين 2: نضع: $E = \mathbb{C} - \{-i\}$ ، لكل $(z, z') \in E^2$ نضع: $zTz' = zz' + i(z + z') - 1 - i$

- 1) بين أن T قانون تركيب داخلي
- 2) نعتبر التطبيق: $f: \mathbb{C}^* \rightarrow E$
 $z \mapsto z - i$
- أ) بين أن f تشاكل تقابلي من (\mathbb{C}^*, \times) نحو (E, T)
- ب) بين أن T تبادلي و تجميعي
- ج) حدد العنصر المحايد في (E, T)
- د) ليكن $z \in E$ ، حدد مماثل z في (E, T)

تمرين 3: نعتبر المجموعتين: $H = \left\{ M(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} / \theta \in \mathbb{R} \right\}$ و $U = \{z \in \mathbb{C} / |z| = 1\}$

- 1) بين أن H جزء مستقر في $(IM_2(\mathbb{R}), \times)$
- 2) بين أن U جزء مستقر في (\mathbb{C}, \times)
- 3) نعتبر التطبيق: $f: H \rightarrow U$
 $M(\theta) \mapsto \cos(\theta) + i \sin(\theta)$
- أ) بين أن f تشاكل تقابلي من (H, \times) نحو (U, \times)
- ب) حدد العنصر المحايد في (U, \times)
- ج) حدد مماثل $M(\theta)$ في (H, \times) حيث $\theta \in \mathbb{R}$

تمرين 4: نعتبر المجموعة: $H = \left\{ M(a, b) = \begin{pmatrix} a + \frac{\sqrt{2}}{2}b & -\frac{\sqrt{2}}{2}b \\ \frac{3\sqrt{2}}{2}b & a - \frac{\sqrt{2}}{2}b \end{pmatrix} / (a, b) \in \mathbb{R}^2 \right\}$

- 1) بين أن H جزء مستقر في $(IM_2(\mathbb{R}), +)$
- 2) حدد خاصيات القانون $(IM_2(\mathbb{R}), +)$
- 3) بين أن H جزء مستقر في $(IM_2(\mathbb{R}), \times)$
- 4) هل $(IM_2(\mathbb{R}), \times)$ تبادلي ؟

تمرين 5: نعتبر المجموعة: $H = \left\{ M(a, b, c) = \begin{pmatrix} a & c \\ 0 & b \end{pmatrix} / (a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \right\}$

- 1) بين أن H جزء مستقر في $(IM_2(\mathbb{R}), +)$
- 2) بين أن H جزء مستقر في $(IM_2(\mathbb{R}), \times)$
- 3) هل (H, \times) تبادلي ؟
- 4) احسب بدلالة n $(M(1, 1, 1))^n$ حيث $n \in \mathbb{N}^*$